



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A LAS ENSEÑANZAS UNIVERSITARIAS  
OFICIALES DE GRADO  
Curso 2012-2013  
**MATERIA: MATEMÁTICAS II**

**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se hará sobre lo respondido a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas. **Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

**Calificación total máxima:** 10 puntos.

**Tiempo:** Hora y media.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dados el punto  $P(-1, 0, 2)$  y las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x - z = 1, \\ y - z = -1, \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = \lambda, \\ z = 3, \end{cases}$$

se pide:

- (1 punto) Determinar la posición relativa de  $r$  y  $s$ .
- (1 punto) Determinar la ecuación de la recta que pasa por  $P$  y corta a  $r$  y  $s$ .
- (1 punto) Determinar la ecuación de la recta perpendicular común a  $r$  y  $s$ .

**Ejercicio 2. Calificación máxima:** 3 puntos.

Dado el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} ax + 7y + 5z = 0, \\ x + ay + z = 3, \\ y + z = -2, \end{cases}$$

se pide:

- (2 puntos) Discutirlo según los valores de  $a$ .
- (0,5 puntos) Resolverlo en el caso  $a = 4$ .
- (0,5 puntos) Resolverlo en el caso  $a = 2$ .

**Ejercicio 3. Calificación máxima:** 2 puntos.

Dada la función  $f(x) = \frac{x^3}{(x-3)^2}$ , se pide:

- (1 punto) Hallar las asíntotas de su gráfica.
- (1 punto) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x = 2$ .

**Ejercicio 4. Calificación máxima:** 2 puntos.

Calcular las siguientes integrales:

$$\text{a) (1 punto)} \int \frac{x-3}{x^2+9} dx. \quad \text{b) (1 punto)} \int_1^2 \frac{3-x^2+x^4}{x^3} dx.$$

---

## OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dada la función  $f(x) = 2 \cos^2 x$ , se pide:

- (1 punto) Determinar los extremos absolutos de  $f(x)$  en  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$ .
- (1 punto) Determinar los puntos de inflexión de  $f(x)$  en  $\left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$ .
- (1 punto) Calcular  $\int_0^{\pi/2} f(x) dx$ .

**Ejercicio 2.** Calificación máxima: 3 puntos.

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

se pide:

- (1 punto) Hallar el valor de  $\lambda$  para el cual la ecuación matricial  $XA = B$  tiene solución única.
- (1 punto) Calcular la matriz  $X$  para  $\lambda = 4$ .
- (1 punto) Calcular el determinante de la matriz  $A^2B$  en función de  $\lambda$ .

**Ejercicio 3.** Calificación máxima: 2 puntos.

- (1 punto) Hallar los puntos de corte de la recta de dirección  $(2, 1, 1)$  y que pasa por el punto  $P(4, 6, 2)$ , con la superficie esférica de centro  $C(1, 2, -1)$  y radio  $\sqrt{26}$ .

- (1 punto) Hallar la distancia del punto  $Q(-2, 1, 0)$  a la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = y+2 = \frac{z-3}{2}.$$

**Ejercicio 4.** Calificación máxima: 2 puntos.

Dados el punto  $P(1, 0, -1)$ , el plano  $\pi \equiv 2x - y + z + 1 = 0$ , y la recta

$$r \equiv \begin{cases} -2x + y - 1 = 0, \\ 3x - z - 3 = 0, \end{cases}$$

se pide:

- (1,5 puntos) Determinar la ecuación del plano que pasa por  $P$ , es paralelo a la recta  $r$  y perpendicular al plano  $\pi$ .
- (0,5 puntos) Hallar el ángulo entre  $r$  y  $\pi$ .

MATEMÁTICAS II  
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

**Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.**

---

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 2.**

- a) Por la obtención de los valores críticos  $a = -1$ ,  $a = 2$ : 0,5 puntos, repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos.. Por la discusión de cada uno de los tres casos  $[a = -1]$ ,  $[a = 2]$ ,  $[a \neq -1 \text{ y } a \neq 2]$ : 0,5 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,25 puntos; Resolución, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.
- c) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos.

**Ejercicio 3.**

- a) Asíntota vertical: 0,25 puntos. Asíntota oblícua: 0,75 puntos repartidos en: Planteamiento, 0,5 puntos; Resolución, 0,25 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

**Ejercicio 1.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 2.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- c) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 3.**

- a) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.
- b) Planteamiento, 0,5 puntos. Resolución, 0,5 puntos.

**Ejercicio 4.**

- a) Planteamiento, 0,75 puntos. Resolución, 0,75 puntos.
- b) Planteamiento, 0,25 puntos. Resolución, 0,25 puntos. Nota: Es suficiente obtener el seno del ángulo.